УДК 512.54

# ЦЕНТРАЛЬНЫЕ РЯДЫ И АВТОМОРФИЗМЫ НИЛЬ-ПОДАЛГЕБРЫ АЛГЕБРЫ ШЕВАЛЛЕ ТИПА $G_2$

**Ряшина Г. С.,**
**научный руководитель проф., д-р физ.-мат. наук Левчук В. М.**
***Сибирский федеральный университет***

Алгебру Шевалле над полем K ассоциируют с системой корней Ф, выделяя базис Шевалле $\{e_r | r \in \Phi\}$. В работе исследуются автоморфизмы и центральные ряды подалгебры NФ(K) с базисом $\{e_r, r \in \Phi^+\}$ типа $G_2$.

Как обычно, через П обозначим базу простых корней в Ф. Если q –корень, то q=$\sum_{r\in\Pi} c_x e_r$ и число ht(q)=$\sum c_r$ называют высотой корня q. Стандартным центральным рядом алгебры Ли NФ(K) называют следующий ряд

$$N\Phi(K)=N_1 \supset N_2 \supset N_3 \supset N_4 \supset \ldots, \qquad N_i=\langle e_r | r\subset\Phi^+,\ ht(r)\geq i\rangle . \qquad (1)$$

**Теорема 1.** В алгебре Ли NФ(K) типа $G_2$ нижнийцентральный ряд $N\Phi(K) = L_1 \supset L_2 \supset \ldots$ и верхний центральный ряд $0 \subset Z_1 \subset Z_2 \subset \cdots$ совпадает со стандартным центральным рядом при 6K=K, в частности, ступень нильпотентностиNФ(K) равна 5. При 2K=0 имеем

$$N_1 = L_1 \supset L_2 = Ke_{a+b}+N_4 \supset L_3 = N_5 \supset 0, \qquad 0\subset Z_1=N_5 \subset Z_2=N_4 + Ke_{a+b} \subset Z_3 = N\Phi(K).$$

При 3K=0 имеем

$$N_1=L_1 \supset L_2 = Ke_{a+b}+ Ke_{b+2a}+N_5 \supset L_3=Ke_{b+2a} \supset 0, 0\subset Z_1=N_5 + Ke_{2a+b} \subset Z_2=N_2 \subset Z_3 = N_1.$$

Как обычно, выделяются стандартные автоморфизмыалгебры NФ(K): внутренние, центральные, графовые, диагональные. Исследуем ее исключительные автоморфизмыпо аналогии с автоморфизмами ассоциированной унипотентной подгруппы AutUФ(K) группы Шевалле (Левчук В.М. «Алгебра и Логика»,1990, том 29).

Выделим следующие три типа эндоморфизмов алгебры NФ(K)

$$e_b \to e_b + d e_{b+3a},\ (\text{остальные} e_r \text{остаютсянаместепри} r \in \Phi^+)(d \in K); \qquad (2)$$

$$e_b \to e_b + k e_{2a+b},\ e_{a+b} \to e_{a+b} + k e_{3a+b},\ e_{2a+b} \to e_{2a+b} + k e_{3a+2b} \qquad (3)$$

$$(\text{остальные} e_r \text{остаютсянаместепри } r \in \Phi^+)$$

$e_a \rightarrow e_a + 2kte_{b+a} + kt^2 e_{b+2a} + kt^2 e_{b+2a}$, (4)

(остальныее$_r$остаютсянаместеприr $\in \Phi^+$)

**Теорема 2.** Отображение (2) является автоморфизмом алгебры NΦ(K) типа $G_2$ над любым полем, а отображение (3) автоморфизмом для любого поля Kхарактеристики 2. Отображение (4) автоморфизмом для любого поля K характеристики 3 алгебры NΦ(K) типа $G_2$.

Исследуется порождаемость группы автоморфизмовAutNΦ(K) найденными исключительными автоморфизмами и стандартными автоморфизмами.